第 27 講　指数関数・対数関数(3)

例題 27 － 1

$\log_{10}2=0.3010$　とする．$\log_{10}4$，$\log_{10}5$ の値を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 27 ー 1

$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$　とする．次の表をうめよ．

x	1	4	5	6	8	9	10
$\log_{10}x$							

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 27 ー 2

(1)　次の表をうめよ.

x	1	10	100	1000	10000
$\log_{10} x$					

(2)　$10^{2.5}$ は整数部分が何桁の数か.

(3)　2^{50} は何桁の数か．ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 27 ー 2

6^{30} は何桁の数か．ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 27 ー 3

(1)　次の表をうめよ．

x	0.1	0.01	0.001	0.0001
$\log_{10}x$				

(2)　$10^{-2.5}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか．

(3)　$\left(\dfrac{1}{8}\right)^{30}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか．ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする．

【Point Pickup】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 27 ー 3

$\left(\dfrac{3}{5}\right)^{30}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか．ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 27 ー 4

(1)　$\left(\dfrac{5}{3}\right)^n > 3000$ を満たす最小の自然数 n を求めよ．ただし $\log_{10}2 = 0.3010$，$\log_{10}3 = 0.4771$ とする．

(2)　$3^x = 5^y = \sqrt{15}$ のとき，$\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$ の値を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 27 ー 4

(1)　$\left(\frac{5}{4}\right)^n < 6000$ を満たす最大の自然数 n を求めよ．ただし $\log_{10}2 = 0.3010$，$\log_{10}3 = 0.4771$ とする．

(2)　$2^x = 3^y = 6\sqrt{6}$ のとき，$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ の値を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第27講　指数関数・対数関数(3)

(1)　$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする．12^{40} は アイ 桁の整数であり，0.2^{40} は小数第 ウエ 位に初めて 0 でない数字が現れる．

(2)　$\left(\dfrac{2}{5}\right)^n<10^{-15}$ を満たす最小の自然数 n は　$n=$ オカ である．

(3)　$3^x=12^y=6$ のとき，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=$ キ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 27 講　指数関数・対数関数(3)

例題 27 ― 1

$\log_{10}2=0.3010$　とする．$\log_{10}4$，$\log_{10}5$ の値を求めよ．

$\log_{10}2=0.3010$ より

$\log_{10}4=\log_{10}2^2=2\log_{10}2=2\times0.3010=\mathbf{0.6020}$

$\log_{10}5=\log_{10}\dfrac{10}{2}=\log_{10}10-\log_{10}2=1-0.3010=\mathbf{0.6990}$

類題 27 ― 1

$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$　とする．次の表をうめよ．

x	1	4	5	6	8	9	10
$\log_{10}x$							

$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$　のとき

$\log_{10}1=0$

$\log_{10}4=\log_{10}2^2=2\log_{10}2=2\times0.3010=0.6020$

$\log_{10}5=\log_{10}\dfrac{10}{2}=\log_{10}10-\log_{10}2=1-0.3010=0.6990$

$\log_{10}6=\log_{10}2\cdot3=\log_{10}2+\log_{10}3=0.3010+0.4771=0.7781$

$\log_{10}8=\log_{10}2^3=3\log_{10}2=3\times0.3010=0.9030$

$\log_{10}9=\log_{10}3^2=2\log_{10}3=2\times0.4771=0.9542$

$\log_{10}10=1$

x	1	4	5	6	8	9	10
$\log_{10}x$	**0**	**0.6020**	**0.6990**	**0.7781**	**0.9030**	**0.9542**	**1**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 27 − 2

(1)　次の表をうめよ.

x	1	10	100	1000	10000
$\log_{10}x$					

(2)　$10^{2.5}$ は整数部分が何桁の数か.

(3)　2^{50} は何桁の数か．ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする.

(1)

x	1	10	100	1000	10000
$\log_{10}x$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**

(2)　$10^2<10^{2.5}<10^3$　より　**$10^{2.5}$ は整数部分が 3 桁の数**である.

(3)　$\log_{10}2^{50}=50\log_{10}2=50\times0.3010=15.05$

よって　$2^{50}=10^{15.05}$　より　$10^{15}<2^{50}<10^{16}$

したがって　**2^{50} は 16 桁の数**である.

類題 27 − 2

6^{30} は何桁の数か．ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする.

$\log_{10}6^{30}=30\log_{10}6=30\log_{10}(2\times3)=30(\log_{10}2+\log_{10}3)$

$=30(0.3010+0.4771)=23.343$

よって　$6^{30}=10^{23.343}$　より　$10^{23}<6^{30}<10^{24}$

したがって　**6^{30} は 24 桁の数**である.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 27 − 3

(1)　次の表をうめよ．

x	0.1	0.01	0.001	0.0001
$\log_{10}x$				

(2)　$10^{-2.5}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか．

(3)　$\left(\dfrac{1}{8}\right)^{30}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか．ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする．

(1)

x	$0.1=10^{-1}$	$0.01=10^{-2}$	$0.001=10^{-3}$	$0.0001=10^{-4}$
$\log_{10}x$	**−1**	**−2**	**−3**	**−4**

(2)　$10^{-3}<10^{-2.5}<10^{-2}$　より　$10^{-2.5}$ は**小数第 3 位**に初めて 0 でない数字が現れる．

(3)　$\log_{10}\left(\dfrac{1}{8}\right)^{30}=30\log_{10}2^{-3}=-90\log_{10}2=-90\times0.3010=-27.09$

よって　$\left(\dfrac{1}{8}\right)^{30}=10^{-27.09}$　より　$10^{-28}<\left(\dfrac{1}{8}\right)^{30}<10^{-27}$

したがって　$\left(\dfrac{1}{8}\right)^{30}$ は**小数第 28 位**に初めて 0 でない数字が現れる．

類題 27 − 3

$\left(\dfrac{3}{5}\right)^{30}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか．ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする．

$$\log_{10}\left(\frac{3}{5}\right)^{30}=30\log_{10}\frac{3}{5}=30(\log_{10}3-\log_{10}5)=30\{\log_{10}3-(1-\log_{10}2)\}$$

$$=30(\log_{10}2+\log_{10}3-1)=30\times(0.3010+0.4771-1)=-6.657$$

よって　$\left(\dfrac{3}{5}\right)^{30}=10^{-6.657}$　より　$10^{-7}<10^{-6.657}<10^{-6}$

したがって　$\left(\dfrac{3}{5}\right)^{30}$ は**小数第 7 位**に初めて 0 でない数字が現れる．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 27 ー 4

(1) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^n>3000$ を満たす最小の自然数 n を求めよ．ただし $\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする．

(2) $3^x=5^y=\sqrt{15}$ のとき，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ の値を求めよ．

(1) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^n>3000$ について，両辺の常用対数をとると　$\log_{10}\left(\dfrac{5}{3}\right)^n>\log_{10}3000$　……①

$$\log_{10}\left(\frac{5}{3}\right)^n=n\log_{10}\frac{10}{6}=n(1-\log_{10}2-\log_{10}3)=n(1-0.3010-0.4771)=0.2219n$$

$$\log_{10}3000=\log_{10}(3\times10^3)=\log_{10}3+3=0.4771+3=3.4771$$

よって①は　$0.2219n>3.4771$　　よって　$n>\dfrac{3.4771}{0.2219}=15.6\cdots\cdots$

したがって求める最小の自然数は　$\boldsymbol{n=16}$

(2) $3^x=\sqrt{15}$ より　$x=\log_3\sqrt{15}=\log_3(3\times5)^{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{2}(1+\log_3 5)$

$5^y=\sqrt{15}$ より　$y=\log_5\sqrt{15}=\dfrac{\log_3\sqrt{15}}{\log_3 5}=\dfrac{1+\log_3 5}{2\log_3 5}$

よって　$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{1+\log_3 5}+\dfrac{2\log_3 5}{1+\log_3 5}=\dfrac{2(1+\log_3 5)}{1+\log_3 5}=\mathbf{2}$

(別解)　$3^x=\sqrt{15}$ より　$x=\log_3\sqrt{15}$

$5^y=\sqrt{15}$ より　$y=\log_5\sqrt{15}=\dfrac{\log_3\sqrt{15}}{\log_3 5}$

よって　$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{\log_3\sqrt{15}}+\dfrac{\log_3 5}{\log_3\sqrt{15}}=\dfrac{\log_3 3+\log_3 5}{\log_3\sqrt{15}}=\dfrac{\log_3 15}{\frac{1}{2}\log_3 15}=2$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 27 ー 4

(1)　$\left(\dfrac{5}{4}\right)^n<6000$ を満たす最大の自然数 n を求めよ．ただし $\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$ とする．

(2)　$2^x=3^y=6\sqrt{6}$ のとき，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ の値を求めよ．

(1)　$\left(\dfrac{5}{4}\right)^n<6000$ について，両辺の常用対数をとると　$\log_{10}\left(\dfrac{5}{4}\right)^n<\log_{10}6000$　……①

$$\log_{10}\left(\frac{5}{4}\right)^n=n\log_{10}\frac{10}{8}=n(1-3\log_{10}2)=n(1-3\times0.3010)=0.097n$$

$$\log_{10}6000=\log_{10}(2\times3\times10^3)=\log_{10}2+\log_{10}3+3=0.3010+0.4771+3=3.7781$$

よって①は　$0.097n<3.7781$　　よって　$n<\dfrac{3.7781}{0.097}=38.9\cdots\cdots$

したがって求める最大の自然数は　$\boldsymbol{n=38}$

(2)　$2^x=6\sqrt{6}$ より　$x=\log_2 6\sqrt{6}=\log_2 6^{\frac{3}{2}}=\dfrac{3}{2}\log_2(2\times3)=\dfrac{3}{2}(1+\log_2 3)$

$3^y=6\sqrt{6}$ より　$y=\log_3 6\sqrt{6}=\dfrac{\log_2 6\sqrt{6}}{\log_2 3}=\dfrac{3(1+\log_2 3)}{2\log_2 3}$

よって　$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{3(1+\log_2 3)}+\dfrac{2\log_2 3}{3(1+\log_2 3)}=\dfrac{2(1+\log_2 3)}{3(1+\log_2 3)}=\boldsymbol{\dfrac{2}{3}}$

(別解)　$2^x=6\sqrt{6}$ より　$x=\log_2 6\sqrt{6}$

$3^y=6\sqrt{6}$ より　$y=\log_3 6\sqrt{6}=\dfrac{\log_2 6\sqrt{6}}{\log_2 3}$

よって

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{\log_2 6\sqrt{6}}+\frac{\log_2 3}{\log_2 6\sqrt{6}}$$

$$=\frac{1+\log_2 3}{\log_2 6\sqrt{6}}=\frac{\log_2 2+\log_2 3}{\log_2 6^{\frac{3}{2}}}=\frac{\log_2 6}{\frac{3}{2}\log_2 6}=\frac{2}{3}$$

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 27 講　指数関数・対数関数(3)

(1)　$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする．12^{40} は **アイ** 桁の整数であり，0.2^{40} は小数第 **ウエ** 位に初めて 0 でない数字が現れる．

(2)　$\left(\dfrac{2}{5}\right)^n<10^{-15}$ を満たす最小の自然数 n は　$n=$ **オカ** である．

(3)　$3^x=12^y=6$ のとき，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=$ **キ** である．

解答例

(1)　$\log_{10}12^{40}=40\log_{10}12=40\log_{10}(2^2\times3)=40(\log_{10}2^2+\log_{10}3)$

$=40(2\log_{10}2+\log_{10}3)=40(2\times0.3010+0.4771)=43.164$

よって　$12^{40}=10^{43.164}$ より　$10^{43}<12^{40}<10^{44}$

したがって　12^{40} は **44** 桁の整数である．

$$\log_{10}0.2^{40}=40\log_{10}\frac{2}{10}=40(\log_{10}2-\log_{10}10)=40(0.3010-1)=-27.96$$

よって　$0.2^{40}=10^{-27.96}$　より　$10^{-28}<0.2^{40}<10^{-27}$

したがって　0.2^{40} は小数第 **28** 位に初めて 0 でない数字が現れる．

(2)　$\left(\dfrac{2}{5}\right)^n<10^{-15}$ について，両辺の常用対数をとると

$$\log_{10}\left(\frac{2}{5}\right)^n<\log_{10}10^{-15}\quad\cdots\cdots①$$

$$\log_{10}\left(\frac{2}{5}\right)^n=n\log_{10}\frac{4}{10}=n(2\log_{10}2-1)=n(2\times0.3010-1)=-0.398n$$

よって①は　$-0.398n<-15$　　$n>\dfrac{15}{0.398}=37.6\cdots\cdots$

したがって求める最小の自然数は　$n=\mathbf{38}$

(3)　$3^x=6$ より　$x=\log_3 6=1+\log_3 2$

$12^y=6$　より　$y=\log_{12}6=\dfrac{\log_3 6}{\log_3 12}=\dfrac{\log_3(2\times3)}{\log_3(2^2\times3)}=\dfrac{\log_3 2+1}{2\log_3 2+1}$

よって　$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{1+\log_3 2}+\dfrac{2\log_3 2+1}{\log_3 2+1}$

$=\dfrac{2(1+\log_3 2)}{1+\log_3 2}=\mathbf{2}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。